

# ПЕРЕДАТОЧНЫЙ ОПЕРАТОР ЗОНДИРОВАНИЯ ИЗ КОСМОСА БЕРЕГОВОЙ ЛИНИИ С УЧЕТОМ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ И ОТКЛОНЕНИЯ ОТ НАДИРА

*К 110–летию Главного  
теоретика космонавтики  
академика Мстислава  
Всеволодовича Келдыша —  
математика–легенды*

© 2006 г. Т.А.Сушкевич, С.А.Стрелков, С.В.Максакова

tamaras@keldysh.ru

ФГУ "Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН"

*Всероссийская научная конференция  
"Моря России: исследования береговой и шельфовой зон"  
(XXVIII Береговая конференция)*

*21–25 сентября 2020 года, МГИ РАН, Севастополь*

Работа выполняется по теме № 0017-2019-0002 при частичной  
поддержке РФФИ (проекты 18-01-00609, 17-01-00220)

Home Page

Title Page

Contents



Page 1 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

*Мстислав Всеволодович  
Келдыш (10.02.1911–24.06.1978)  
— русский гений,  
"Ломоносов XX-го века",  
математик-легенда — Трижды  
Герой Социалистического Труда  
(1956, 1961, 1971), аристократ,  
дворянин, интеллигент, крупнейший  
организатор советской науки и образования,  
поднял престиж МАТЕМАТИКИ и  
КОМПЬЮТЕРОВ, заложив основы  
фантастического прогресса  
Научно-Технической Революции XX-го века и  
нового постиндустриального  
информационного общества и  
"цифровизации" в XXI-ом веке.*

Home Page

Title Page

Contents



Page 2 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## В год 75–летия "Атомного проекта" ВСПОМНИТЕ "Три К" :

- Мстислава Всеволодовича Келдыша — Главного Теоретика космонавтики,
- Сергея Павловича Королева — Главного Конструктора космонавтики
- Игоря Васильевича Курчатова — отца "атомной бомбы" !

Пока есть ПАМЯТЬ, будет  
БУДУЩЕЕ!

Home Page

Title Page

Contents



Page 3 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

*Но М.В.Келдыш — это гораздо больше, чем только Главный Теоретик космонавтики, хотя и этого было бы достаточно, чтобы войти в историю мировой цивилизации и чтобы его ДЕЛО было бессмертным,*  
**УРОК: ЕМУ НУЖНА БЫЛА ВЕЛИКАЯ РОССИЯ!**

*Никогда не был диссидентом,  
приспособленцем, потребителем,  
конформистом, холуём!*

**УРОК: никаких личных интересов в государевом ДЕЛЕ!**

**УРОК: "свободу" понимал как "СВОБОДУ МЫСЛИ и ТВОРЧЕСТВА" — создания!**

Home Page

Title Page

Contents



Page 4 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 5.

**Почему МЫ — ПЕРВЫЕ** покорили космос и  
открыли космическую эпоху — основу  
цивилизации с постиндустриальным  
информационным укладом своим умом без  
привлечения зарубежных технологий и спецов?

**Пора извлекать полезные уроки для реализации  
Стратегии научно-технологического развития...**

**Ответ, с одной стороны, прост:  
Талантливый народ и КАДРЫ  
РЕШИЛИ ВСЁ!  
Но этого недостаточно...**

Home Page

Title Page

Contents



Page 5 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

А с другой стороны, важнейшие факторы:

- мобилизационная экономика;
- управление и команды из одного центра;
- проведение индустриализации;
- создание инфраструктуры;
- денег на науку не жалели!
- наукой руководила АКАДЕМИЯ НАУК СССР — реальный ШТАБ научных исследований и форпост СССР в мире с 1925 года!

Home Page

Title Page

Contents



Page 6 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

*Политическое значение запуска ПЕРВОГО спутника и полета ПЕРВОГО космонавта для тогдашних властей США да и для простых советских граждан трудно переоценить. Страна, которая только-только оправилась от ужасающих потерь Второй мировой войны, вдруг оказалась способна на такое...*

*О том, что у русских, оказывается, есть научный, промышленный и военный потенциал, с которым нельзя не считаться, узнали во всем мире.*

*P.S. И такое пишут сами американцы... Тогда-то и создали NASA...*

Home Page

Title Page

Contents



Page 7 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

*Мстислав Всеволодович  
Келдыш — УЧИТЕЛЬ —  
ОБРАЗЕЦ СЛУЖЕНИЯ НАУКЕ и  
Родине, уникальная  
историческая личность  
ГРАЖДАНИНА и УЧЕНОГО,  
масштаб достижений и заслуг  
которого в 20-м веке никто в  
мировой цивилизации не смог и  
не сможет достичь, а тем более  
превзойти!*

Нынешние поколения молодых не столь образованные и просвещенные — только один из ста студентов МГУ и МФТИ знают, кто такой Келдыш! В 2018 году были огорчены результатом голосования "Активный гражданин" в Москве, когда не поддержали название станции метро "Академик Келдыш"!

Но нет сомнений, что будущие потомки оценят заслуги Келдыша, как мы сейчас оцениваем Ньютона, Аристотеля и т.п.

Home Page

Title Page

Contents



Page 8 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 9.

## **УРОК! Мстислав Всеволодович вкладывал в космическую деятельность не только свой громадный интеллект, но и частицу души.**

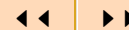
- Будучи рассудительным, но вместе с тем достаточно смелым человеком, не боявшимся принимать ответственные решения, он умело и решительно отстаивал свою позицию на всех уровнях, включая высшие эшелоны власти.
- Он был родоначальником и проводником многих из тех направлений в изучении и освоении космоса, которые снискали нам уважение в мире как к стране, которая положила начало этой новой сфере человеческой деятельности.

Особый интерес у М.В.Келдыша вызывали исследования дальнего космоса, и это не было случайным. Здесь он был мечтателем, но, в отличие от К.Э.Циолковского, имел счастливую возможность воплощать многие мечты в жизнь. Он глубоко верил, что космос станет делом человечества, это было его философской позицией. (М.Я.Маров)

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 9 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

# А.П.Александров. Речь на похоронах М.В.Келдыша, Красная площадь. Мавзолей, 29 июня 1978 г.

Когда перед нашей страной возникла необходимость решения атомной проблемы, под руководством и при непосредственном участии М.В. Келдыша были созданы сложнейшие методы расчетов для этой новой области, и под его влиянием появилась необходимая вычислительная техника.

"Три К" — Курчатов, Келдыш и Королев — были учеными и организаторами научных разработок, позволивших создать ракетно-атомный щит нашей Родины, который отрезвил агрессоров и создал предпосылки к последовательной политике мира, проводящейся нашим государством.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 10 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**Именно деятельность М.В. Келдыша превратила Академию в главный штаб науки.** Для всей его организаторской деятельности было характерно правильное определение стратегии научных исследований, определение соотношения между фундаментальными и прикладными направлениями.

Мстислав Всеволодович Келдыш в науке был чрезвычайно требовательным, он совершенно не переносил верхоглядства и рекламы. Его служение науке было высоко принципиальным и самоотверженным. Только тяжелая болезнь помешала ему оставаться на посту президента Академии наук СССР до конца своей жизни.

Как человек, **Мстислав Всеволодович поражал необычайной демократичностью, гибкостью ума, желанием и умением глубоко понять собеседника, вникнуть в его человеческую сущность, помочь и в научных, и в жизненных трудностях.**

Home Page

Title Page

Contents



Page 11 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 12.

*Мы прожили в счастливое время для УЧЕНОГО, когда МАТЕМАТИКА была царицей всех наук, а УЧЕНЫЙ, ПРОФЕССОР — очень престижно... и нас не отягощал закрытый режим Института Келдыша, где БОЛЬШИЕ ДЕЛА ДЕЛАЛИ, которые сплачивали коллектив — это неповторимое время...*

***И НАУКОЙ** руководил **УЧЕНЫЙ**, а не чиновники — менеджеры, бухгалтеры, счетоводы, не имеющие понятия о науке и научном творчестве, как ныне...*

*Home Page*

*Title Page*

*Contents*



*Page 13 of 118*

*Go Back*

*Full Screen*

*Close*

*Quit*

**This is Slide No. 13.**

# Современное состояние теории оптического передаточного оператора и методов дистанционного зондирования

Радиационное поле Земли формируется под влиянием двух компонент системы переноса излучения: атмосферы и земной поверхности (САП).

Связи между радиационными характеристиками и параметрами атмосферы и земной поверхности описываются решениями краевой задачи теории переноса излучения в САП, когда важно использовать теорию многократного рассеяния.

Сложность задачи заключается в многопараметричности модели среды, большом разнообразии процессов трансформации энергии Солнца, вариантов визирования и способов измерений.

Приходится иметь дело с краевыми задачами для интегродифференциального кинетического уравнения, описывающего перенос излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих, преломляющих, поляризующих средах с одномерной, двумерной или трехмерной плоской или сферической геометрией.

Home Page

Title Page

Contents



Page 14 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 15.

## МЕТОД ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ И ЛИНЕЙНО-СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД

Для иллюстрации рассмотрим задачу дистанционного зондирования поверхности через атмосферу планеты. Развит эффективный подход атмосферной коррекции спутниковой информации.

**Модель передаточных свойств** атмосферы представлена в форме линейного функционала — *интеграла суперпозиции*, лежащего в основе классического линейно-системного подхода.

**Оптический передаточный оператор** построен математически строго и физически корректно **методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик**.

Home Page

Title Page

Contents



Page 15 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 16.**

Функции влияния и пространственно-частотные характеристики системы "атмосфера – поверхность планеты" являются **ядрами функционалов и объективными характеристиками, инвариантными** относительно конкретных структур зондируемых объектов, условий освещенности и наблюдения.

**Пространственно-частотные характеристики вводятся как фурье-образы функции влияния по горизонтальным координатам.**

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 16 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Можно выделить следующие **типы радиационных задач**, требующих учета влияния поверхности планеты, отражающей излучение.

*Первый тип* - это задачи энергетики и радиационного баланса Земли, когда источником служит радиация Солнца и собственное излучение планеты. Такие задачи решаются преимущественно в приближении плоской модели земной оболочки с неявным или явным учетом вклада однородной ламбертовой или неортотропной подстилающей поверхности.

*Второй тип* - это задачи дистанционного зондирования атмосферы и облачности, когда земная поверхность является помехой.

*Третий тип* - это задачи дистанционного зондирования земной поверхности, когда необходимо устранить (провести атмосферную коррекцию) или достоверно учесть влияние атмосферы.

Home Page

Title Page

Contents



Page 17 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 18.**

Как показал анализ состояния проблемы учета и дистанционного зондирования земной поверхности все **многообразие подходов** сводится к трем основным.

- **Первым** появился неявный способ учета отражающей поверхности.
- **Второй** — это явный способ методом ФВ и ПЧХ.
- **Третий** — это функционалы и сопряженные уравнения.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 18 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## КОНЦЕПЦИЯ ЛИНЕЙНО-СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

В любой активной или пассивной системе дистанционного зондирования земной поверхности всегда присутствуют **четыре** главные компоненты:

- (1) "сценарий" сцена т.е. **распределение яркости** наблюдаемых объектов или ландшафта;
- (2) атмосферный **канал передачи изображения**;
- (3) **прибор регистрации** электромагнитных волн;
- (4) **комплекс обработки и распознавания изображения**.

**В трех компонентах** проявляется влияние атмосферы: атмосферно-оптические механизмы воздействуют на формирование "сценария на перенос его изображения через среду и учитываются в радиационной коррекции при анализе "сцен".

Home Page

Title Page

Contents



Page 19 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Вследствие бесконечного многообразия возможных объектов наблюдения целесообразно использовать **универсальный подход**, который позволяет описывать весь канал наблюдения через **объективные характеристики, инвариантные** относительно конкретных структур зондируемых объектов, условий освещенности и визирования.

**Такой подход** широко применяется в классической оптике, в теориях видения, электрических цепей, оптико-электронных систем, фотографии, обработки изображений и **известен как линейно-системный подход**.

**Под системой** следует понимать все то, что осуществляет преобразование ряда входных функций или воздействий в ряд выходных функций или реакций (откликов).

**Реакции систем на входные воздействия** вследствие их аналогии можно описать некоторыми **обобщенными характеристиками**, определение которых не зависит от конкретного вида системы (электрической, оптической, радиофизической и т.д.).

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 20 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Общность состоит в том, что **функциональное соотношение**, связывающее входной  $E(x, y)$  и выходной  $\Phi(x, y)$  двумерные сигналы системы:

$$\Phi(x, y) = (\Theta, E) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(x, y; x', y') E(x', y') dx' dy' \quad (1)$$

имеет **фундаментальный характер** и известно как *интеграл суперпозиции*, означающий, что линейная система полностью характеризуется суммой ее откликов на входные воздействия;  $x, y$  — горизонтальные координаты.

Если выполняется условие *пространственной инвариантности* (изопланарности), то *функция рассеяния* (ФР) системы, или *функция рассеяния точки* (ФРТ),  $\Theta(x, y; x', y')$  зависит от разности аргументов и **функционал (1) принимает вид свертки**

$$\Phi(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(x - x'; y - y') E(x', y') dx' dy'. \quad (2)$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 21 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 22.

С помощью теоремы о фурье-спектре свертки **двумерный спектр выходного сигнала системы**  $B(p_x, p_y) = \mathcal{F}[\Phi(x, y)]$  получается в виде произведения

$$B(p_x, p_y) = \Psi(p_x, p_y)V(p_x, p_y), \quad (3)$$

где спектральная плотность входного сигнала (распределения яркости объекта)  $V(p_x, p_y) = \mathcal{F}[E(x, y)]$ .

**Спектральная плотность функции рассеяния**  $\Psi(p_x, p_y) = \mathcal{F}[\Theta(x, y)]$  называется *передаточной функцией* системы (*оптической передаточной функцией* (ОПФ)).

С помощью обратного преобразования Фурье из (3) можно найти значение **выходного сигнала системы** (распределение яркости на выходе оптической системы):

$$\Phi(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[B(p_x, p_y)] = \mathcal{F}^{-1}[\Psi(p_x, p_y)V(p_x, p_y)]. \quad (4)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 22 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 23.

Следовательно, (оптическая) система осуществляет двумерное преобразование Фурье над произведением спектров ее функции рассеяния и входного сигнала.

Согласно (3) ОПФ  $\Psi(p_x, p_y)$  позволяет установить соответствие между двумерными спектрами распределений яркости в плоскости объекта и освещенности в плоскости изображения.

Линейная (оптическая) система представляет собой линейный фильтр пространственных частот с коэффициентом передачи  $\Psi(p_x, p_y)$ .

Пространственно-частотная характеристика  $\Psi(p_x, p_y)$  в общем случае является комплексной функцией:

$$\Psi(p_x, p_y) = A(p_x, p_y) \exp[i\beta(p_x, p_y)].$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 23 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 24.

**Модуль**  $A(p_x, p_y)$  нормированной ОПФ называют *частотно-контрастной характеристикой (ЧКХ), амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), функцией передачи модуляции (ФПМ)*, а зависимость фазы  $\beta(p_x, p_y)$  от пространственной частоты — *фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)*.

**Для систем с цилиндрической симметрией** используется преобразование Фурье-Бесселя, или преобразование Ганкеля нулевого порядка:

$$\Phi(\nu) = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi(\rho) J_0(2\pi\nu\rho) \rho d\rho.$$



This is Slide No. 25.

Концепция (оптической) пространственной фильтрации, т.е. манипулирование пространственными частотами с целью изменения или передачи свойств изображения, известна уже более 100 лет как результат работ Эрнста Аббе в 1873–1886 гг. (*Abbe E. // Arch. Microsc. 1873. V.9. P.413.*)

Эти работы оказали глубокое влияние на научную дисциплину, которая позже была названа **фурье-оптикой** (Применение методов фурье-оптики, 1982). Эта наука возникла на стыке классической оптики и теории информации.

Результаты Аббе непосредственно привели к описанию изображающих оптических приборов как **фильтров пространственных частот** поля объекта.

Home Page

Title Page

Contents



Page 25 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**Ключевым поворотным моментом в развитии оптических методов обработки изображений оказалось появление в 30-х годах работ Н. Ньюберга и в 40-х годах работ Р.М. Дюфье.**

**Ньюберг предложил** для анализа проблемы света и прибора использовать разложение функций по системе ортонормированных функций как наилучшее линейное приближение.

**Ньюберг вводит** общий принцип построения спектральных приборов с использованием идеи о разложении аналитической функции в ряд по любой полной системе ортогональных функций.

**Эти работы оказали весомое влияние на развитие метода фурье-спектрометрии.**

*Ньюберг Н. О возможности приближенного спектрофотометрирования без разложения в спектр // Докл. АН СССР. 1934. Т. 4. № 5/6. С. 278–285.*

*Ньюберг Н. О спектрах, сходных по цвету излучений // Докл. АН СССР. 1945. Т. 50. С. 143–146.*

Home Page

Title Page

Contents



Page 26 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 27.

**В монографии Duffieux P.M. *L'Integrale de Fourier et ses Applications a l'Optique. Rennes. 1946,***

**рассматривая обобщенную изображающую систему как линейный фильтр, Дюфье**

**установил, что распределение энергии в плоскости объекта или изображения и в плоскости зрачка оптической системы связаны преобразованием Фурье,**

**описал распределение интенсивности света в плоскости изображения как результат распределения интенсивности света в плоскости объекта и *аппаратной функции рассеяния точки*, т.е. *импульсного отклика*.**

**Фактически, Дюфье первым обосновал соотношения (1)–(4).**

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 27 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**Идеи Дюфье дали колоссальные плоды:** уже в 50-е-60-е годы благодаря общему математическому аппарату:

— **сформулированы** основные положения теории систем (линейных и нелинейных, инвариантных и пространственно-неинвариантных, систем с обратной связью и т.д.);

— **установлены** аналогии между оптикой и наукой о передаче информации, между оптическими и электрическими фильтрами, между оптикой и радиоэлектроникой, между повышением четкости изображения и выравниванием передаточной функцией;

— **развиты** основы синтеза оптических систем, когерентно-оптических и голографических методов обработки информации (бурный расцвет с появлением лазеров);

— **сделаны** попытки управлять фазовым пропусканием пространственных фильтров с помощью поляризационных методов, а также амплитудным и фазовым пропусканием с помощью голографического метода;

Home Page

Title Page

Contents



Page 28 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

— **обратились к важной проблеме** обнаружения оптическими средствами сигнала на фоне шума с использованием некогерентного, частично когерентного и когерентного света;

— **бурное развитие получили** адаптивная оптика (В.П. Лукин, 1986), оптико-электронные системы (М.М. Мирошников, 1977), теория обработки изображений (Ю.П. Пытьев, 1979, 1983, 1989; Г.И. Василенко, 1985, 1986), теория информации и т.д.

**В течение десятилетия** было опубликовано огромное число работ, посвященных фурье-анализу оптических изображающих систем.

Таким образом **были заложены основы (математического) аппарата теории линейных систем** (А. Марешаль, М. Франсон, 1964; Э. О'Нейл, 1966; А.П. Иванов, 1969; Дж. Гудмен, 1970; А. Папулис, 1971; М.М. Мирошников, 1977; В.Е. Зуев, 1977 и др.).

Home Page

Title Page

Contents



Page 29 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 30.

**В соотношениях (1)–(4) заключены базовые основы аппарата теории линейных систем.**

**Пространственная фильтрация** оценивается с помощью пространственных и пространственно-частотных характеристик.

**Эта методика линейных преобразований** в пространственной и пространственно-частотной областях, содержащая такие понятия, как импульсное воздействие (вместо точечного источника), импульсный отклик (вместо изображения точечного источника), **может быть обобщена** на системы с узкими и широкими мононаправленными пучками. В частности, такие пучки возникают в задачах для функций влияния при анизотропно отражающих поверхностях.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 30 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 31.

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕДАТОЧНОГО ОПЕРАТОРА

Будем рассматривать *атмосферный канал* как элемент *оптической системы переноса излучения* и **сформулируем теорию (оптического) передаточного оператора**, используя **математический аппарат линейно-системного подхода**.

Продемонстрируем методический подход и математический аппарат на примере плоской задачи. Этот подход обобщен на сферические задачи.

This is Slide No. 32.

## Объективные характеристики:

- функция размытия точки (ФРТ),
- оптическая передаточная функция (ОПФ),
- частотно-контрастная характеристика (ЧКХ),
- функция передачи модуляции (ФПМ),
- импульсно-переходная функция (ИПФ),
- функция рассеяния системы (ФР),
- пространственно-частотная характеристика (ПЧХ) и другие характеристики качества изображения, воспроизводящих и передающих оптических, оптико-электронных, фотографических, кинематографических, телевизионных, радиотехнических, управляющих и прочих систем естественным путем **переносятся на область теории переноса излучения в оптически-активных средах.**

Home Page

Title Page

Contents



Page 32 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 33.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача переноса излучения в рассеивающем, поглощающем и излучающем горизонтально-однородном плоском слое, неограниченном в горизонтальном направлении ( $-\infty < x, y < \infty$ ,  $r_{\perp} = (x, y)$ ) и конечном по высоте ( $0 \leq z \leq h$ ), трехмерного евклидова пространства: радиус-вектор  $r = (x, y, z)$ .

Для удобства записи граничных условий вводим множества

$$t = \{z, r_{\perp}, s : z = 0, s \in \Omega^+\}, \quad b = \{z, r_{\perp}, s : z = h, s \in \Omega^-\}.$$

This is Slide No. 34.

**Интенсивность (энергетическая яркость) излучения  $\Phi(r, s)$  в САП находится как решение общей краевой задачи (ОКЗ при  $\hat{R} \neq 0$ ) теории переноса**

$$\begin{aligned} & \cos \vartheta \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \sigma(z) \Phi(x, y, z, \vartheta, \varphi) = \\ & = \sigma_s(z) \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi \gamma(z, \vartheta, \varphi; \vartheta', \varphi') \Phi(x, y, z, \vartheta', \varphi') \sin \vartheta' d\vartheta' + F^{in}(z, \vartheta, \varphi), \\ & \quad \Phi(x, y, z = 0, \vartheta, \varphi) |_t = F^0(x, y, \vartheta, \varphi), \\ & \quad \Phi(x, y, z = h, \vartheta, \varphi) |_b = F^h(x, y, \vartheta, \varphi) + \\ & + \varepsilon \int_0^{2\pi} d\varphi^+ \int_0^{\pi/2} q(x, y, \vartheta, \varphi; \vartheta^+, \varphi^+) \Phi(x, y, h, \vartheta^+, \varphi^+) \sin \vartheta^+ d\vartheta^+ . \end{aligned}$$



This is Slide No. 35.

Эту общую краевую задачу запишем в компактной форме

$$\hat{K}\Phi = F^{in}, \quad \Phi|_t = F^0, \quad \Phi|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi + F^h \quad (5)$$

с линейными операторами: оператор переноса

$$\hat{D} \equiv (s, grad) + \sigma(z) = \hat{D}_z + (s_\perp, \frac{\partial}{\partial r_\perp}), \quad \hat{D}_z \equiv \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sigma(z);$$

интеграл столкновений, описываемый оператором

$$\hat{S}\Phi \equiv \sigma_s(z) \int_{\Omega} \gamma(z, s, s') \Phi(z, r_\perp, s') ds', \quad ds' = d\mu' d\varphi', \quad \hat{S}(1) \leq 1;$$

## оператор отражения

$$[\hat{R}\Phi](h, r_{\perp}, s) \equiv \int_{\Omega^+} q(r_{\perp}, s, s^+) \Phi(h, r_{\perp}, s^+) ds^+ \quad (6)$$

является равномерно ограниченным оператором:

$\hat{R}(1) = q^*(r_{\perp}, s) \leq 1$ ; интегродифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$ ; одномерный оператор  $\hat{K}_z \equiv \hat{D}_z - \hat{S}$ .

Краевая задача (5) линейная и ее решение можно искать в виде суперпозиции

$$\Phi = \Phi_a + \Phi_q.$$

Фоновое излучение атмосферы  $\Phi_a$  определяется как решение первой краевой задачи теории переноса (ПКЗ) с "вакуумными" граничными условиями

$$\hat{K}\Phi_a = F^{in}, \quad \Phi_a|_t = F^0, \quad \Phi_a|_b = F^h \quad (7)$$

для слоя с прозрачными или абсолютно черными (неотражающими) границами ( $\hat{R} \equiv 0$ ).

[Home Page](#)
[Title Page](#)
[Contents](#)

Page 36 of 118

[Go Back](#)
[Full Screen](#)
[Close](#)
[Quit](#)

This is Slide No. 37.

**Задача для подсветки  $\Phi_q$** , обусловленной влиянием отражающей подстилающей поверхности, — это **общая краевая задача**

$$\hat{K}\Phi_q = 0, \quad \Phi_q|_t = 0, \quad \Phi_q|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi_q + \varepsilon E, \quad (8)$$

где источник  $E(r_\perp, s) \equiv \hat{R}\Phi_a$  — яркость (освещенность, облученность) подложки, создаваемая фоновым излучением.

**Общая краевая задача (5)** для плоского слоя — это математическая идеализация переноса излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих средах, достаточно адекватно описывающая реальные радиационные процессы в САП.

This is Slide No. 38.

Будем считать функции  $E(s^h; r_{\perp}, s)$  и  $q(r_{\perp}, s, s')$  финитными, либо периодическими, либо кусочно-постоянными и **будем искать обобщенные (локальные) решения задачи (8) как функционалы, не интересуясь поведением решения задачи (8) на бесконечности.**

**Все многообразие подстилающих поверхностей (без учета возвышений и орографии), описываемое оператором (6), и граничных источников можно объединить в четыре основных типа:**

- горизонтально-однородные изотропные;
- горизонтально-однородные анизотропные;
- горизонтально-неоднородные изотропные;
- горизонтально-неоднородные анизотропные.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 38 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Если хотя бы одна из функций  $F^0$ ,  $F^h$ ,  $q$  зависит от  $r_{\perp}$ , то решение ОКЗ (5) определяется в пятимерном фазовом объеме  $(x, y, z, \vartheta, \varphi)$ , и **ОКЗ не разрешима численными методами без ограничения горизонтальных размеров слоя. Решения трехмерных ОКЗ относятся к классу обобщенных решений.**

**Первыми в теории переноса аппарат функций влияния использовали**

**А.С. Монин** (*Статистическая интерпретация рассеяния микрочастиц // Теория вероятностей и ее применение. 1956. Т. I. Вып. 3. С. 328–343.*);

**Б.Б. Кадомцев** (*О функции влияния в теории переноса лучистой энергии // Докл. АН СССР. 1957. Т. 113. № 3. С. 541–543.*).

**Значительную роль сыграла "подсказка" в учебнике по математической физике для МФТИ академика В.С. Владимирова, где рассматривается уравнение переноса с источником в правой части.**

Home Page

Title Page

Contents



Page 39 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 40.

В отличие от других авторов в данной работе **впервые математический аппарат функций влияния был разработан и развит для решения общих краевых задач теории переноса.**

**Теоретические построения и алгоритмы расчета передаточного оператора основываются на**

- теории обобщенных решений,
- теории интегральных преобразований обобщенных функций,
- общей теории регулярных возмущений (асимптотический метод).

**Подход**, разработанный на базе строгих математических основ, *называем методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик* (методом ФВ и ПЧХ).

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 40 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 41.

В теории обобщенных решений **функция влияния** является фундаментальным решением ПКЗ и ОКЗ — универсальной характеристикой системы переноса излучения, инвариантной относительно конкретных значений и структур источников излучения и параметров отражения границы.

**Этот термин включает все многообразие известных частных терминов:** ФР, ФРТ, ИПФ, функция Грина и др. и методически объединяет одно-, дву- и трехмерные краевые задачи.

Термин **пространственно-частотная характеристика** вводится как **двумерный фурье-спектр функции влияния** по горизонтальным координатам.

**Функция влияния и пространственно-частотная характеристика** — это характеристики линейной системы переноса излучения с источником на границе.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 41 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА

Первая краевая задача

$$\hat{K}\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = f(s^h; r_\perp, s) \quad (9)$$

отвечает линейной системе переноса излучения и ее **обобщенное решение представляется в виде линейного функционала** — *интеграла суперпозиции*

$$\begin{aligned} \Phi(s^h; z, r_\perp, s) &= \hat{P}(f) \equiv (\Theta, f) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds_h^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s_h^-; z, r_\perp - r'_\perp, s) f(s^h; r'_\perp, s_h^-) dr'_\perp. \quad (10) \end{aligned}$$

This is Slide No. 43.

**Ядром функционала (10) является функция влияния  $\Theta(s_h^-; z, r_\perp, s)$  — решение первой краевой задачи**

$$\hat{K}\Theta = 0, \quad \Theta|_t = 0, \quad \Theta|_b = f_\delta(s_h^-; r_\perp, s) \quad (11)$$

с параметром  $s_h^- \in \Omega^-$  и источником

$$f_\delta(s_h^-; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\delta(s - s_h^-).$$

**Функция влияния  $\Theta$  фактически описывает поле излучения в слое с неотражающими границами, создаваемое за счет процессов многократного рассеяния **стационарного узкого пучка** с направлением  $s_h^-$ , источник которого расположен на границе  $z = h$  в центре системы горизонтальных координат  $x, y$ .**

Home Page

Title Page

Contents



Page 43 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Если источник  $f(r_{\perp})$  — изотропный по углам и горизонтально-неоднородный по пространственным координатам, то решение ПКЗ (9) находится через линейный функционал — интеграл суперпозиции, который является интегралом свертки:

$$\Phi(z, r_{\perp}, s) = \hat{P}_r(f) \equiv (\Theta_r, f) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_r(z, r_{\perp} - r'_{\perp}, s) f(r'_{\perp}) dr'_{\perp} \quad (12)$$

с ядром — функцией влияния

$$\Theta_r(z, r_{\perp}, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta(s_h^-; z, r_{\perp}, s) ds_h^-, \quad (13)$$

которая совпадает с широко распространенной функцией размытия точки (ФРТ) и удовлетворяет первой краевой задаче

$$\hat{K}\Theta_r = 0, \quad \Theta_r|_t = 0, \quad \Theta_r|_b = \delta(r_{\perp}). \quad (14)$$

В случае **анизотропного по углам и горизонтально-однородного по пространству источника**  $f(s^h; s)$  решение ПКЗ (9) определяется через **линейный функционал — интеграл суперпозиции** по углам

$$\Phi(s^h; z, s) = \hat{P}_z(f) \equiv (\Theta_z, f) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_z(s_h^-; z, s) f(s^h; s_h^-) ds_h^-. \quad (15)$$

Ядро функционала — **функция влияния**

$$\Theta_z(s_h^-; z, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s_h^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} \quad (16)$$

является **решением одномерной ПКЗ**

$$\hat{K}_z \Theta_z = 0, \quad \Theta_z|_t = 0, \quad \Theta_z|_b = \delta(s - s_h^-) \quad (17)$$

и описывает поле излучения, сформированное в слое, на границу  $z = h$  которого **извне падает параллельный широкий поток** в направлении  $s_h^- \in \Omega^-$ . ПКЗ (17) аналогична обычной задаче для одномерного плоского слоя, освещаемого мононаправленным потоком.

При изотропном и горизонтально-однородном источнике решение ПКЗ (9)

$$\Phi(z, s) = \hat{P}_c(f) = fW(z, s), \quad f = const, \quad (18)$$

рассчитывается через функцию влияния

$$\begin{aligned} W(z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds_h^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s_h^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_r(z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_z(s_h^-; z, s) ds_h^-, \quad (19) \end{aligned}$$

которую называют также *функцией пропускания, отягощенной вкладом многократного рассеяния*, и определяют как решение одномерной ПКЗ с изотропным источником

$$\hat{K}_z W = 0, \quad W|_t = 0, \quad W|_b = 1. \quad (20)$$

This is Slide No. 47.

Функции влияния  $\Theta$ ,  $\Theta_r$ ,  $\Theta_z$ ,  $W$  составляют **полный набор базовых моделей фундаментальных решений** первых и общих краевых задач теории переноса излучения в плоском слое и объективных инвариантных характеристик линейной САП.

Соотношения (19) можно использовать в качестве критериев оценки точности расчетов функций влияния.

## ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Для операции **фурье-преобразования функций** по координате  $r_{\perp}$  используем обозначения

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(p) &\equiv \mathcal{F}[\Phi(r_{\perp})] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(r_{\perp}) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp} = \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, y) \exp[i(p_x x + p_y y)] dx dy,\end{aligned}$$

где  $(p, r_{\perp}) = (p_x x + p_y y)$  — скалярное произведение.

### Обратная операция:

$$\begin{aligned}\Phi(r_{\perp}) &\equiv \mathcal{F}^{-1}[\mathbf{B}(p)] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{B}(p) \exp[-i(p, r_{\perp})] dp = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{B}(p_x, p_y) \exp[-i(p_x x + p_y y)] dp_x dp_y.\end{aligned}$$



This is Slide No. 49.

Для операций свертки вводим следующие записи:

$$(\check{f} * \check{g}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \check{f}(p-p') \check{g}(p') dp' = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \check{f}(p') \check{g}(p-p') dp',$$

$$(f * g) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(r_{\perp} - r'_{\perp}) g(r'_{\perp}) dr'_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} f(r'_{\perp}) g(r_{\perp} - r'_{\perp}) dr'_{\perp}.$$

Пространственная частота  $p = \{p_x, p_y\}$  принимает только действительные значения:

$$-\infty < p_x, p_y < \infty.$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 49 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Будем считать функции  $q(r_{\perp})$ ,  $F^{in}(r_{\perp})$ ,  $F^0(r_{\perp})$ ,  $F^H(r_{\perp})$  финитными, либо периодическими, либо кусочно-постоянными и будем искать локальные решения задач (5), не интересуясь поведением решения на бесконечности.

Это условие физически корректно: поведение решения уравнения переноса на бесконечности, вообще говоря, не влияет на решение в рассматриваемой конечной области.

Поскольку решение краевой задачи (5) ищем в классе функций, допускающих существование интегрального преобразования Фурье и, как следствие, представимых в виде интегральной свертки, то по существу при выполнении фурье-преобразования по координатам  $x, y$  уравнения переноса опускаются слагаемые со значениями на бесконечности при  $r_{\perp} = \pm \infty$  :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( s_{\perp}, \frac{\partial \Phi}{\partial r_{\perp}} \right) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp} = -i(p, s_{\perp}) \mathcal{F}[\Phi](p).$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 50 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Действительно, интегрируя по частям, имеем

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \exp[i(p_x x + p_y y)] dx dy = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} dy \left\{ \Phi \exp[i(p_x x + p_y y)] \Big|_{x=-\infty}^{x=\infty} - \right. \\ & \left. - ip_x \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \exp[i(p_x x + p_y y)] dx \right\} = -ip_x \mathbf{B}(p_x, p_y). \end{aligned}$$

**Обратная операция:**

$$\frac{1}{(2\pi)_2} \int_{-\infty}^{\infty} [-i(p, s_{\perp})] \mathcal{F}[\Phi](p) \exp[-i(p, r_{\perp})] dp = \left( s_{\perp}, \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right).$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 51 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 52.

Преобразование Фурье по координате  $r_{\perp}$  выражения

$$\hat{K}\Phi \equiv \hat{D}\Phi - \hat{S}\Phi$$

приводит к комплексному уравнению с линейными операторами

$$\hat{L}(p)\mathbf{B} \equiv \hat{L}_z(p)\mathbf{B} - \hat{S}\mathbf{B},$$

где

$$\hat{L}_z(p) \equiv \hat{D}_z - i(p, s_{\perp});$$

$$(p, s_{\perp}) = p_x \sin \vartheta \cos \varphi + p_y \sin \vartheta \sin \varphi.$$

## БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

С помощью **фурье-преобразования по горизонтальной координате**  $r_{\perp}$ :

$$g(p) = \mathcal{F}[f(r_{\perp})] \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(r_{\perp}) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp}, \quad B \equiv \mathcal{F}[\Phi], \quad (21)$$

где **пространственная частота**  $p = (p_x, p_y)$  принимает **только действительные значения** ( $-\infty < p_x, p_y < \infty$ ), в классе обобщенных функций медленного роста ПКЗ (9) приводится к ПКЗ для **параметрического одномерного комплексного уравнения переноса (КПКЗ)**:

$$\hat{L}(p)B = 0, \quad B|_t = 0, \quad B|_b = g(s^h; p, s) \quad (22)$$

с линейным оператором

$$\hat{L}(p) \equiv \hat{D}_z - i(p, s_{\perp}) - \hat{S}.$$

Home Page

Title Page

Contents

Page 53 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 54.

или, для наглядности, подробнее

$$\hat{L}(p)B \equiv \mu \frac{\partial B}{\partial z} +$$

$$+ [\sigma(z) - i(p_x \sin \vartheta \cos \varphi + p_y \sin \vartheta \sin \varphi)] B(p_x, p_y; z, \vartheta, \varphi) -$$

$$- \sigma_s(z) \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi \gamma(z, \vartheta, \varphi; \vartheta', \varphi') B(p_x, p_y; z, \vartheta', \varphi') \sin \vartheta' d\vartheta'.$$

Решение комплексной первой краевой задачи (22) представляется как линейный функционал

$$B(s^h; z, p, s) = \hat{\Pi}(g) \equiv (\Psi, g) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi(s_h^-; z, p, s) g(s^h; p, s_h^-) ds_h^- \quad (23)$$

Ядром (23) является пространственно-частотная характеристика

$$\Psi(s_h^-; z, p, s) = \mathcal{F}[\Theta(s_h^-; z, r_\perp, s)]$$

с параметрами  $s_h^- \in \Omega^-$  и  $p$  — решение КПКЗ

$$\hat{L}(p)\Psi = 0, \quad \Psi|_t = 0, \quad \Psi|_b = g_\delta(s_h^-; p, s), \quad (24)$$

которая получается в результате применения фурье-преобразования (21) к ПКЗ (11);

$$g_\delta(s_h^-; p, s) \equiv \mathcal{F}[f_\delta(s_h^-; r_\perp, s)] = \delta(s - s_h^-).$$

Кроме модели ПЧХ  $\Psi$  (24) для случая горизонтально-неоднородного и анизотропного источника в ПКЗ (9), **в набор базовых моделей** входит ПЧХ

$$\Psi_r(z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Theta_r(z, r_\perp, s)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi(s_h^-; z, p, s) ds_h^-,$$

которая удовлетворяет КПКЗ

$$\hat{L}(p)\Psi_r = 0, \quad \Psi_r|_t = 0, \quad \Psi_r|_b = 1, \quad (25)$$

когда **источник** в ПКЗ (9) **изотропный и горизонтально-неоднородный** и

$$g_r(p) = g(p) = \mathcal{F}[f(r_\perp)].$$

Решение задачи (22) в этом случае определяется через классическое линейное соотношение

$$B_r(z, p, s) = \mathcal{F}[\Phi(z, r_\perp, s)] = \hat{\Pi}_r(g_r) \equiv (\Psi_r, g_r) \equiv \Psi_r(z, p, s)g_r(p).$$



This is Slide No. 57.

## ПЕРЕДАТОЧНЫЙ ОПЕРАТОР

На основе общей теории регулярных возмущений с помощью параметрического ряда

$$\Phi_q(s^h; z, r_\perp, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Phi_k$$

ОКЗ (8) сводится к системе рекуррентных ПКЗ типа (9)

$$\hat{K}\Phi_k = 0, \quad \Phi_k|_t = 0, \quad \Phi_k|_b = E_k \quad (26)$$

с источниками  $E_k = \hat{R}\Phi_{k-1}$  для  $k \geq 2$ ,  $E_1 = E$ .

This is Slide No. 58.

Вводится операция, описывающая взаимодействие излучения с границей через функцию влияния  $\Theta$  :

$$\begin{aligned} [\hat{G}f](s^h; h, r_{\perp}, s) &\equiv \hat{R}(\Theta, f) = \int_{\Omega^+} q(r_{\perp}, s, s^+) (\Theta, f) ds^+ = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^{-'} \int_{-\infty}^{\infty} f(s^h; r'_{\perp}, s^{-'}) dr'_{\perp} \times \\ &\times \int_{\Omega^+} q(r_{\perp}, s, s^+) \Theta(s^{-'}; h, r_{\perp} - r'_{\perp}, s^+) ds^+. \end{aligned}$$

Решения системы ПКЗ (26) находятся как линейные функционалы:

$$\Phi_1(z, r_{\perp}, s) = (\Theta, E),$$

$$\Phi_k(z, r_{\perp}, s) = (\Theta, \hat{R}\Phi_{k-1}) = (\Theta, \hat{G}^{k-1}E).$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 58 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 59.

**Асимптотически точное решение ОКЗ (8) получается в форме линейного функционала (10) — (оптического) передаточного оператора**

$$\Phi_q = (\Theta, Y), \quad (27)$$

где "сценарий" (оптического) изображения или яркость подстилающей поверхности

$$Y \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{G}^k E = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{R}\Phi_k, \quad \hat{R}\Phi_0 = E, \quad (28)$$

есть **сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки с учетом многократного рассеяния в среде через функцию влияния.**

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 59 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 60.

Имеет место **мажорантная оценка**:

$$\|Y\| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \|\hat{R}\Phi_k\| \leq \|E\| \sum_{k=0}^{\infty} (q_* c_*)^k = \frac{\|E\|}{1 - q_* c_*} \leq \frac{q_* \|\Phi_a\|}{1 - q_* c_*},$$

$$\|\Phi_k\| = \text{vrai sup}_{z, r_{\perp}, s} |\Phi_k| \leq q_*^{k-1} c_*^k \|E\|,$$

$$\|\hat{R}(1)\| \leq \text{vrai sup}_{r_{\perp}, s^-} \int_{\Omega^+} |q(r_{\perp}, s^-, s^+)| ds^+ = q_* \leq 1,$$

$$\hat{P}(1) = W(z, s), \quad \|\hat{P}(1)\| \leq \sup_{z, s} W = c_* \leq 1.$$

This is Slide No. 61.

"Сценарий" удовлетворяет уравнению Фредгольма II-рода

$$Y = \hat{R}(\Theta, Y) + E, \quad (29)$$

которое называют уравнением "приземной фотографии".

В общем случае  $\hat{R}(\Theta, Y) \neq (\hat{R}\Theta, Y)$ .

Суммарное излучение САП и "космическая фотография" описываются линейным функционалом

$$\Phi = \Phi_a + (\Theta, Y). \quad (30)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 61 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 62.

В терминах фурье-образов (21) компоненты ряда возмущений

$$B_q(s^h; z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Phi_q(s^h; z, r_\perp, s)] = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k B_k, \quad B_k \equiv \mathcal{F}[\Phi_k], \quad (31)$$

удовлетворяют системе рекуррентных КПКЗ типа (22) ( $V \equiv \mathcal{F}[E]$ ):

$$k = 1 : \quad \hat{L}(p)B_1 = 0, \quad B_1|_t = 0, \quad B_1|_b = V(p, s);$$

$$k \geq 2 : \quad \hat{L}(p)B_k = 0, \quad B_k|_t = 0, \quad B_k|_b = [\hat{T}B_{k-1}] (h, p, s).$$

Фурье-образ оператора отражения (6) определяется по формуле ( $v \equiv \mathcal{F}[q]$ )

$$[\hat{T}B](h, p, s) \equiv \mathcal{F}[\hat{R}\Phi] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} v(p-p', s, s^+) B(h, p', s^+) ds^+,$$

Операция взаимодействия излучения с границей вводится через ПЧХ:

$$\begin{aligned} [\hat{Q}g](s^h; h, p, s) &\equiv \mathcal{F}[\hat{G}f] = \hat{T}(\Psi, g) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} v(p-p', s, s^+) (\Psi, g) ds^+ = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^{-'} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} g(s^h; p', s^{-'}) dp' \times \\ &\quad \times \int_{\Omega^+} v(p-p', s, s^+) \Psi(s^{-'}; h, p', s^+) ds^+. \end{aligned}$$

This is Slide No. 64.

Члены ряда (31) находятся как линейные функционалы (23):

$$B_1 = (\Psi, V), \quad B_k = (\Psi, \hat{T}B_{k-1}) = (\Psi, \hat{Q}^{k-1}V).$$

Сумма ряда (31) — **фурье-образ асимптотически точного решения** ОКЗ (8) в классе функций медленного роста есть линейный функционал (23)

$$B_q = (\Psi, Z); \quad \Phi_q = \mathcal{F}^{-1}[B_q] = \mathcal{F}^{-1}[(\Psi, Z)]. \quad (32)$$

Фурье-образ "сценария" суть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подстилающей поверхности (в терминах фурье-образов):

$$\mathcal{F}[Y] = Z \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{Q}^k V = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{T}B_k. \quad (33)$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 64 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 65.

В итоге **исходная ОКЗ (8)** сведена к **линейному функционалу** и сформулирован **линейно-системный подход** к решению проблем дистанционного зондирования земной поверхности.

При этом четко определено проявление **нелинейных эффектов** из-за многократного переотражения излучения от поверхности в формировании "сценария" которые описываются **через линейные передаточные характеристики** изолированного слоя атмосферы.

Функционал (30) — это **математическая модель переноса излучения в САП**, адекватная **исходной ОКЗ (8)** при разных структурах источника  $E$  и типах подстилающей поверхности не зависимо от размерности САП (одно-, дву- или трехмерной).

Home Page

Title Page

Contents



Page 65 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 66.

**Разные схемы реализации** передаточного оператора и структурирования суммарного поля радиации САП (30) отличаются либо **способами представления "сценария"** (28) или (33) либо **методами решения** уравнения (29).

В рамках строгой теории ОПО метод ФВ и ПЧХ **обобщен** на задачи с учетом **поляризации** и для **двухсредных систем** переноса (атмосфера-океан, атмосфера-облачность, атмосфера-гидрометеоры, атмосфера-растительный покров) с внутренней границей раздела, а также **горизонтально-неоднородной атмосферы** и **гетерогенных систем** с разными радиационными режимами в разных подобластях.

**Метод функций влияния обобщен и развит для задач со сферической геометрией.**

Home Page

Title Page

Contents



Page 66 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 67.

## Фундаментальные результаты в теории передаточного оператора.

- **Во-первых**, с позиции единых методических основ сформулирован ОПО для всего разнообразия угловых и пространственных структур и характеристик отражения.
- **Во-вторых**, все нелинейные приближения представлены через линейные ФВ и ПЧХ.
- **В-третьих**, определен полный набор базовых моделей ФВ и ПЧХ, необходимый и достаточный для описания передаточных характеристик системы переноса излучения.
- **В-четвертых**, ОПО построен строго математически и физически корректно в рамках линейно-системного подхода.
- **В-пятых**, изложенная теория ОПО описывает многие известные зарубежные и отечественные теоретические результаты в разных приложениях на основе единого математического аппарата.

Home Page

Title Page

Contents



Page 67 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 68.**

Метод ФВ и ПЧХ — это универсальный математически строгий подход к решению задач из широкой области приложений.

Интерпретация методов, разрабатываемых разными авторами, как реализации метода ФВ и ПЧХ, позволяет получить единые базовые формулы для широкого класса прикладных задач.

Для таких задач методы, приемы, подходы, введенные в рассмотрение различными авторами, по-существу оказались либо эквивалентными и отличались только схемами реализации, либо близкими.

Поэтому нецелесообразно персонализировать эти методы, ставшие уже почти классическими, а за деталями алгоритмов отошлем читателя к оригинальным источникам, библиография которых насчитывает более 800 публикаций.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 68 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

**This is Slide No. 69.**

В разных областях приложений сложилась своя частная, специальная, прикладная терминология, что затрудняет установление общности между ними и ограничивает возможности использования наиболее продвинутых результатов из смежных областей.

На современном этапе, когда теоретико-расчетные исследования вследствие вседоступности ЭВМ приняли массовый характер, необходимо при манипулировании математическими объектами пользоваться универсальными, обобщенными математическими терминами, понятиями.

В эмпирических теоретико-расчетных исследованиях с привлечением компьютеров почти каждый исследователь в одной и той же предметной области вводит свою терминологию, создавая ложное впечатление оригинальности методики.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 69 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 70.

Термин ФВ объединяет все типы сингулярности и диффузности источника и все четыре типа поверхностей.

Термин ПЧХ — это двумерные фурье-спектры в горизонтальной плоскости, в том числе от ФВ.

Общность схематически описанной методики состоит в том, что она распространяется на разные диапазоны и условия дистанционного зондирования. Важно, чтобы "сценарий" и атмосферный канал рассматривались в рамках теории переноса излучения или "квази-оптического" приближения.

Поэтому предпочтительнее избегать частого употребления термина "оптический который сужает область применимости. Можно использовать наиболее общий термин "передаточный оператор".

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 70 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ДЛЯ СЛОЯ С ВНУТРЕННЕЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик в классе обобщенных функций медленного роста определяется асимптотически точное решение краевой задачи теории переноса:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{K}\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = 0, \\ \Phi|_{d1} = \varepsilon(\hat{R}_1\Phi + \hat{T}_{21}\Phi + E_1), \\ \Phi|_{d2} = \varepsilon(\hat{R}_2\Phi + \hat{T}_{12}\Phi + E_2) \end{array} \right. \quad (34)$$

с заданной освещенностью границы раздела  $\mathbf{E} = \{E_1, E_2\}$ .

This is Slide No. 72.

Рассматривается рассеивающий и поглощающий плоский слой, неограниченный в горизонтальном направлении ( $-\infty < x, y < \infty$ ,  $r_{\perp} = (x, y)$ ) и конечный по высоте ( $0 \leq z \leq H$ ). На уровне  $z = h$  внутри слоя проходит горизонтально-неоднородная граница раздела двух сред, пропускающая и отражающая излучение.

Граничные условия записываем с помощью следующих множеств:

$$\begin{aligned}t &= \{(z, r_{\perp}, s) : z = 0, s \in \Omega^+\}; \\b &= \{(z, r_{\perp}, s) : z = H, s \in \Omega^-\}; \\d2 &= \{(z, r_{\perp}, s) : z = h, s \in \Omega^+\}; \\d1 &= \{(z, r_{\perp}, s) : z = h, s \in \Omega^-\}.\end{aligned}$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 72 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit





This is Slide No. 73.

Прохождение излучения через границу раздела описывается операторами отражения  $\hat{R}_1$ ,  $\hat{R}_2$  и пропускания  $\hat{T}_{12}$ ,  $\hat{T}_{21}$ , где индекс 1 относится к слою с  $z \in [0, h]$ , а индекс 2 — к слою с  $z \in [h, H]$ :

$$\left[ \hat{R}_1 \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^+} \Phi(h, r_{\perp}, s^+) q_1(r_{\perp}, s, s^+) ds^+, \quad s \in \Omega^-; \quad (35)$$

$$\left[ \hat{R}_2 \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^-} \Phi(h, r_{\perp}, s^-) q_2(r_{\perp}, s, s^-) ds^-, \quad s \in \Omega^+; \quad (36)$$



This is Slide No. 74.

$$\left[ \hat{T}_{12} \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^+} \Phi(h, r_{\perp}, s^+) t_{12}(r_{\perp}, s, s^+) ds^+, \quad s \in \Omega^+; \quad (37)$$

$$\left[ \hat{T}_{21} \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^-} \Phi(h, r_{\perp}, s^-) t_{21}(r_{\perp}, s, s^-) ds^-, \quad s \in \Omega^-. \quad (38)$$

Операторы  $\hat{R}_1$ ,  $\hat{R}_2$ ,  $\hat{T}_{12}$ ,  $\hat{T}_{21}$  считаются равномерно ограниченными.

## Вектор функций влияния и матричный передаточный оператор

Для решения задачи (34) вводим параметрический ряд регулярных возмущений

$$\Phi(z, r_{\perp}, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \Phi_n(z, r_{\perp}, s)$$

с параметром  $0 < \varepsilon \leq 1$ , фиксирующим акт прохождения излучения через границу раздела, и векторами

$$\Phi_n = \{\Phi_n^1, \Phi_n^2\},$$

компоненты которых удовлетворяют системе рекуррентных первых краевых задач ( $n \geq 2$ ) для 1-ой среды с  $z \in [0, h]$ :

$$\hat{K}\Phi_n^1 = 0, \quad \Phi_n^1|_t = 0, \quad \Phi_n^1|_{d1} = \hat{R}_1\Phi_{n-1}^1 + \hat{T}_{21}\Phi_{n-1}^2$$

и для 2-ой среды с  $z \in [h, H]$ :

$$\hat{K}\Phi_n^2 = 0, \quad \Phi_n^2|_b = 0, \quad \Phi_n^2|_{d2} = \hat{R}_2\Phi_{n-1}^2 + \hat{T}_{12}\Phi_{n-1}^1.$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 75 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Краевые задачи для линейного приближения ( $n = 1$ ):

$$\hat{K}\Phi_1^1 = 0, \quad \Phi_1^1|_t = 0, \quad \Phi_1^1|_{d1} = E_1; \quad (39)$$

$$\hat{K}\Phi_1^2 = 0, \quad \Phi_1^2|_b = 0, \quad \Phi_1^2|_{d2} = E_2 \quad (40)$$

разрешимы в виде линейных функционалов ( $s \in \Omega$ ):

$$\Phi_1^1(z, r_\perp, s) = (\Theta_1, E_1) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_1(s^-; z, r_\perp - r'_\perp, s) E_1(h, r'_\perp, s^-) dr'_\perp, \quad z \in [0, h]; \quad (41)$$

$$\Phi_1^2(z, r_\perp, s) = (\Theta_2, E_2) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} ds^+ \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_2(s^+; z, r_\perp - r'_\perp, s) E_2(h, r'_\perp, s^+) dr'_\perp, \quad z \in [h, H]. \quad (42)$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 76 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 77.

Ядрами функционалов (41), (42) являются ФВ  $\Theta_1(s^-; z, r_\perp, s)$  с параметром  $s^- \in \Omega^-$  — решение первой краевой задачи для 1-ой среды:

$$\hat{K}\Theta_1 = 0, \quad \Theta_1|_t = 0, \quad \Theta_1|_{d1} = f_\delta(s^-; r_\perp, s) \quad (43)$$

и ФВ  $\Theta_2(s^+; z, r_\perp, s)$  с параметром  $s^+ \in \Omega^+$  — решение первой краевой задачи для 2-ой среды:

$$\hat{K}\Theta_2 = 0, \quad \Theta_2|_b = 0, \quad \Theta_2|_{d2} = f_\delta(s^+; r_\perp, s) \quad (44)$$

с источниками

$$f_\delta(s^-; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\delta(s - s^-),$$

$$f_\delta(s^+; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\delta(s - s^+).$$

This is Slide No. 78.

С помощью вектора функций влияния  $\Theta = \{\Theta_1, \Theta_2\}$  вводим матричную операцию, описывающую один акт взаимодействия излучения с границей раздела и учитывающую многократное рассеяние в обеих средах ( $\mathbf{f} = \{f_1, f_2\}$ ):

$$\left[ \hat{\mathcal{P}}\mathbf{f} \right] (h, r_{\perp}, s) \equiv \hat{P}(\Theta, \mathbf{f}) = \begin{bmatrix} \hat{R}_1(\Theta_1, f_1) + \hat{T}_{21}(\Theta_2, f_2) \\ \hat{T}_{12}(\Theta_1, f_1) + \hat{R}_2(\Theta_2, f_2) \end{bmatrix}, \quad (45)$$

где векторный функционал  $(\Theta, \mathbf{f}) = \{(\Theta_1, f_1), (\Theta_2, f_2)\}$ ; матрица операторов

$$\hat{P} \equiv \begin{bmatrix} \hat{R}_1 & \hat{T}_{21} \\ \hat{T}_{12} & \hat{R}_2 \end{bmatrix}.$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 78 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Можно показать, что два последовательных  $n$ -приближения связаны рекуррентным соотношением

$$\Phi_n = (\Theta, \hat{P}\Phi_{n-1})$$

и для  $n \geq 1$  имеет место представление

$$\Phi_n = (\Theta, \hat{P}^{n-1}\mathbf{E}).$$

В результате получаем асимптотически точное решение

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n = (\Theta, \hat{Z}\mathbf{E}) = (\Theta, \mathbf{Y}); \quad (46)$$

$$\mathbf{Y} \equiv \hat{Z}\mathbf{E} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \hat{P}^n \mathbf{E} \quad (47)$$

— сумма ряда Неймана по кратности прохождения излучения через границу раздела с учетом вклада многократного рассеяния в обеих средах.

Home Page

Title Page

Contents



Page 79 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 80.

## Вектор пространственно-частотных характеристик

Решение краевой задачи (34) в классе обобщенных функций медленного роста с помощью фурье-преобразования по координате  $r_{\perp}$  находим в виде параметрического ряда возмущений

$$\mathbf{B}(z, p, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \mathbf{B}_n(z, p, s), \quad (48)$$

$$\mathbf{B}_n(z, p, s) = \mathcal{F}[\Phi_n(z, r_{\perp}, s)] = \{B_n^1(z, p, s), B_n^2(z, p, s)\};$$

$$B_n^1 = \mathcal{F}[\Phi_n^1], \quad B_n^2 = \mathcal{F}[\Phi_n^2] \text{ — комплексные функции.}$$



This is Slide No. 81.

Применяя преобразование Фурье к краевым задачам для трехмерного уравнения переноса, приходим к краевым задачам для параметрического одномерного уравнения переноса:

$$\hat{L}(p)B_1^1 = 0, \quad B_1^1|_t = 0, \quad B_1^1|_{d1} = W_1; \quad (49)$$

$$\hat{L}(p)B_1^2 = 0, \quad B_1^2|_b = 0, \quad B_1^2|_{d2} = W_2 \quad (50)$$

с интегродифференциальным оператором  $\hat{L}(p)$ , содержащим комплекснозначный, анизотропный коэффициент экстинкции  $\sigma_{tot}(z) - i(p, s_\perp)$ .

Двухкомпонентный вектор функции источника

$$\mathbf{W} = \{W_1, W_2\}, \quad \text{где } W_1 \equiv \mathcal{F}[E_1], W_2 \equiv \mathcal{F}[E_2].$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 81 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 82.

Решения краевых задач (49), (50) получаются как линейные функционалы ( $s \in \Omega$ ):

$$\begin{aligned} B_1^1(z, p, s) &= (\Psi_1, W_1) = \mathcal{F}[(\Theta_1, E_1)] = & (51) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_1(s^-; z, p, s) W_1(h, p, s^-) ds^-, \quad z \in [0, h]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1^2(z, p, s) &= (\Psi_2, W_2) = \mathcal{F}[(\Theta_2, E_2)] = & (52) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \Psi_2(s^+; z, p, s) W_2(h, p, s^+) ds^+, \quad z \in [h, H]. \end{aligned}$$

Векторный линейный функционал содержит две компоненты:

$$(\Psi, \mathbf{W}) = \{(\Psi_1, W_1), (\Psi_2, W_2)\}, \quad \Psi = \{\Psi_1, \Psi_2\}.$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 82 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Ядрами функционалов (51), (52) являются пространственно-частотные характеристики — образы Фурье функций влияния обеих сред:

$$\Psi_1(s^-; z, p, s) = \mathcal{F}[\Theta_1(s^-; z, r_\perp, s)]; \quad (53)$$

$$\Psi_2(s^+; z, p, s) = \mathcal{F}[\Theta_2(s^+; z, r_\perp, s)], \quad (54)$$

которые удовлетворяют краевым задачам:

$$\hat{L}(p)\Psi_1 = 0, \quad \Psi_1|_t = 0, \quad \Psi_1|_{d1} = g_\delta(s^-; p, s); \quad (55)$$

$$\hat{L}(p)\Psi_2 = 0, \quad \Psi_2|_b = 0, \quad \Psi_2|_{d2} = g_\delta(s^+; p, s) \quad (56)$$

с источниками

$$g_\delta(s^-; p, s) = \mathcal{F}[f_\delta(s^-; r_\perp, s)] = \delta(s - s^-),$$

$$g_\delta(s^+; p, s) = \mathcal{F}[f_\delta(s^+; r_\perp, s)] = \delta(s - s^+).$$

This is Slide No. 84.

Взаимодействие излучения с границей раздела в фурье-образах описываем векторным функционалом, ядрами которого являются компоненты вектора ПЧХ:

$$\begin{aligned} \left[ \hat{Q}\mathbf{g} \right] (h, p, s) &\equiv \mathcal{F}[\hat{\mathcal{P}}\mathbf{f}] = \hat{G}(\Psi, \mathbf{g}) = \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{R}}_1(\Psi_1, g_1) + \hat{\mathcal{T}}_{21}(\Psi_2, g_2) \\ \hat{\mathcal{T}}_{12}(\Psi_1, g_1) + \hat{\mathcal{R}}_2(\Psi_2, g_2) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (57)$$

где  $\mathbf{g} = \{g_1, g_2\}$ ,  $g_1 = \mathcal{F}[f_1]$ ,  $g_2 = \mathcal{F}[f_2]$ ; матрица операторов, описывающих прохождение излучения через границу раздела:

$$\hat{G} \equiv \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{R}}_1 & \hat{\mathcal{T}}_{21} \\ \hat{\mathcal{T}}_{12} & \hat{\mathcal{R}}_2 \end{bmatrix}.$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 84 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Между двумя последовательными  $n$ -приближениями имеет место рекуррентная связь

$$\mathbf{B}_n = (\Psi, \hat{G}\mathbf{B}_{n-1})$$

и для  $n \geq 1$  справедливо представление

$$\mathbf{B}_n = (\Psi, \hat{Q}^{n-1}\mathbf{W}),$$

так что асимптотически точное решение есть функционал

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{B}_n = (\Psi, \hat{Y}\mathbf{W}) = (\Psi, \mathbf{U}). \quad (58)$$

Фурье-образ "сценария"

$$\mathbf{U} \equiv \hat{Y}\mathbf{W} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \hat{Q}^n \mathbf{W} \quad (59)$$

— сумма ряда Неймана (в фурье-образах) по кратности прохождения излучения через границу раздела с учетом многократного рассеяния в обеих средах через ПЧХ.

[Home Page](#)
[Title Page](#)
[Contents](#)

Page 85 of 118

[Go Back](#)
[Full Screen](#)
[Close](#)
[Quit](#)

**This is Slide No. 86.**

Представление (58) есть передаточный оператор системы переноса, устанавливающий явную связь фурье-образа регистрируемого излучения с фурье-образом "сценария" (59) на границе раздела двух сред.

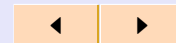
Выражение "сценария" (59) с помощью ПЧХ описывает явную связь с характеристиками отражения и пропускания, а также освещенности границы раздела.

Пространственно-частотные характеристики инвариантны относительно условий освещения и свойств границы раздела.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 86 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 87.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В  $SP$ -представлении (Стокса-Пуанкаре) компоненты вектора-столбца  $\Phi = (I, Q, U, V)^T$  имеют нормировку интенсивности:

$$Q = Ip \cos 2\chi \cos 2\beta, \quad U = Ip \sin 2\chi \cos 2\beta, \quad V = Ip \sin 2\beta,$$

$\chi$  — азимут плоскости поляризации,  $\beta$  — степень эллиптичности,  $0 \leq p \leq 1$  — степень поляризации,

This is Slide No. 88.

и обладают следующими важными **свойствами**:

$$I \geq 0, \quad I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2, \quad |Q| + |U| + |V| \leq \sqrt{3}I;$$

в функциональном пространстве  $L(x)$ ,  $x \in X$ ,  $X$  — фазовое пространство,

$$\|\Phi\|_{L^{(4)}} = \sum_{m=1}^M \|\Phi_m\|_L \leq (1 + \sqrt{3})\|I\|_L,$$

$$\|I\|_L = \int_X |I(x)| dx = \int_X I(x) dx.$$



**Вектор Стокса находим как решение общей векторной краевой задачи теории переноса ( $\hat{R} \neq 0$ )**

$$\hat{K}\Phi = \mathbf{F}, \quad \Phi|_t = \mathbf{F}^0, \quad \Phi|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi + \mathbf{F}^H \quad (60)$$

с линейными операторами: **оператор переноса**

$$\hat{D} \equiv (s, grad) + \sigma(z) = \hat{D}_z + \left( s_\perp, \frac{\partial}{\partial r_\perp} \right), \quad \hat{D}_z \equiv \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sigma(z);$$

**интеграл столкновений** (функция источника)

$$\hat{S}\Phi \equiv \sigma_s(z) \int_{\Omega} \hat{P}(z, s, s') \Phi(z, r_\perp, s') ds', \quad ds' = d\mu' d\varphi';$$

**равномерно ограниченный оператор отражения**

$$[\hat{R}\Phi](H, r_\perp, s) \equiv \int_{\Omega^+} \hat{q}(r_\perp, s, s^+) \Phi(H, r_\perp, s^+) ds^+; \quad (61)$$

интегро-дифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$ .

Краевая задача (60)–(61) линейная и ее решение можно искать в виде суперпозиции

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_R.$$

**Фоновое излучение  $\Phi_0$**  определяется как решение первой векторной краевой задачи теории переноса с "вакуумными" условиями для слоя с прозрачными или абсолютно черными (неотражающими) границами ( $\hat{R} \equiv 0$ ):

$$\hat{K}\Phi_0 = \mathbf{F}, \quad \Phi_0|_t = \mathbf{F}^0, \quad \Phi_0|_b = \mathbf{F}^H. \quad (62)$$

**Задача для подсветки  $\Phi_R$** , обусловленной влиянием отражающей подстилающей поверхности, — **общая векторная краевая задача** ( $\hat{R} \neq 0$ ,  $\mathbf{E} \neq 0$ )

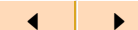
$$\hat{K}\Phi_R = 0, \quad \Phi_R|_t = 0, \quad \Phi_R|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi_R + \varepsilon\mathbf{E}, \quad (63)$$

где **источник**  $\mathbf{E}(r_\perp, s) \equiv \hat{R}\Phi_0$  — яркость (освещенность, облученность) подложки, создаваемая фоновым излучением, с учетом состояния поляризации.

Home Page

Title Page

Contents



Page 90 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## Функции влияния векторной краевой задачи теории переноса

Рассмотрим первую векторную краевую задачу теории переноса

$$\hat{K}\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = \mathbf{f}(s^H; r_\perp, s). \quad (64)$$

Различные возможные состояния поляризации плоской поперечно-электрической волны в общем случае представляются вектором  $\Phi(s^H; z, r_\perp, s)$ , составленным из четырех действительных величин  $\Phi_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ ,  $M = 4$ , которые являются коэффициентами разложения вектора  $\Phi$  по ортам  $\mathbf{i}_m$  некоторой системы координат:

$$\Phi = \mathbf{i}_1\Phi_1 + \mathbf{i}_2\Phi_2 + \mathbf{i}_3\Phi_3 + \mathbf{i}_4\Phi_4,$$

которая зависит от способа описания поляризованного излучения.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 91 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 92.

**В общем случае**, когда вектор Стокса источника  $\mathbf{f}$  содержит несовпадающие анизотропные горизонтально-неоднородные компоненты  $f_n(s^H; r_\perp, s)$ , **решение** задачи (64) можно представить **в виде суммы**

$$\Phi(r, s) = \sum_{n=1}^N \Phi_n(r, s),$$

слагаемые которой являются **решением набора задач**

$$\hat{K}\Phi_n = 0, \quad \Phi_n|_t = 0, \quad \Phi_n|_b = \mathbf{t}_n f_n \quad (65)$$

с векторами

$$\mathbf{t}_n = \{\delta_{mn}\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N,$$

где  $\delta_{mn}$  — символ Кронекера.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 92 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

По аналогии со скалярной задачей теории переноса, **решение задачи (65)** для фиксированного  $n$  получается **в виде векторного линейного функционала**:

$$\begin{aligned}\Phi_n &= (\Theta_n, f_n) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_n(s^-; z, r_{\perp} - r'_{\perp}, s) f_n(s^H; r'_{\perp}, s^-) dr'_{\perp}.\end{aligned}$$

**Векторные функции влияния**  $\Theta_n = \{\Theta_{mn}\}$ ,  $n = 1, \dots, N$ , компонентами которых являются параметры Стокса  $\Theta_{mn}(s^-; z, r_{\perp}, s)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , находятся **как решение набора задач**

$$\begin{aligned}\hat{K}\Theta_n &= 0, \quad \Theta_n|_t = 0, \quad \Theta_n|_b = \mathbf{t}_n f_{\delta}, \\ f_{\delta}(s^-; r_{\perp}, s) &= \delta(r_{\perp})\delta(s - s^-),\end{aligned}$$

с параметром  $s^- \in \Omega^-$ .



This is Slide No. 94.

Компоненты параметров Стокса  $\Phi_n = \{\Phi_{mn}(z, r_\perp, s)\}$   
 вычисляются как скалярные функционалы:

$$\begin{aligned} \Phi_{mn} &= [\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})]_{mn} \equiv (\Theta_{mn}, f_n) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{mn}(s^-; z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n(s^H; r'_\perp, s^-) dr'_\perp. \end{aligned} \quad (66)$$

This is Slide No. 95.

Введем тензор функций влияния, определенный  $N$  векторами Стокса  $\Theta_n$ :

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \dots & \Theta_{1n} & \dots & \Theta_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{m1} & \dots & \Theta_{mn} & \dots & \Theta_{mN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{M1} & \dots & \Theta_{Mn} & \dots & \Theta_{MN} \end{bmatrix}. \quad (67)$$

Первый индекс  $m = 1, \dots, M$ ,  $M \leq 4$ , компоненты  $\Theta_{mn}$  тензора  $\hat{\Pi}$  отвечает порядковому номеру параметра Стокса  $\Theta_n$ , а второй индекс  $n = 1, \dots, N$ ,  $N \leq 4$ , соответствует индексу вектора источника  $\mathbf{t}_n$  в наборе задач (65), описывающем модель расчета  $\Theta_n$ , а, следовательно, компонент тензора  $\hat{\Pi}$  (67).

Home Page

Title Page

Contents



Page 95 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

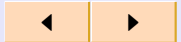
This is Slide No. 96.

Введем линейный векторный функционал

$$\Phi = \hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f}) \equiv (\hat{\Pi}, \mathbf{f}) = \{\Phi_m\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad M \leq 4. \quad (68)$$



Компоненты решения задачи (64), определяемые через скалярное произведение



$$\Phi_m = [\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})]_m \equiv \sum_{n=1}^N (\Theta_{mn}, f_n),$$

являются линейной комбинацией линейных скалярных функционалов (66).



This is Slide No. 97.

Если источник  $f_n(r_\perp)$  — изотропный и горизонтально-неоднородный, то решение задачи (65) находится через векторные линейные функционалы

$$\begin{aligned}\Phi_n(z, r_\perp, s) &= [\hat{\mathcal{P}}_r(\mathbf{f})]_n \equiv (\Theta_{rn}, f_n) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{rn}(z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n(r'_\perp) dr'_\perp,\end{aligned}$$

ядра которых — векторные функции влияния

$$\Theta_{rn}(z, r_\perp, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_n(s^-; z, r_\perp, s) ds^- \quad (69)$$

удовлетворяют задачам

$$\hat{K}\Theta_{rn} = 0, \quad \Theta_{rn}|_t = 0, \quad \Theta_{rn}|_b = \mathbf{t}_n\delta(r_\perp). \quad (70)$$

This is Slide No. 98.

В случае **анизотропного горизонтально-однородного источника**  $f_n(s^H; s)$  решение задачи (65) находится в форме **линейного функционала**

$$\begin{aligned}\Phi_n(s^H; z, s) &= [\hat{\mathcal{P}}_z(\mathbf{f})]_n \equiv (\Theta_{zn}, f_n) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_{zn}(s'; z, s) f_n(s^H; s') ds'\end{aligned}$$

с ядром — **векторной функцией влияния**

$$\Theta_{zn}(s^-; z, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_n(s^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp}, \quad (71)$$

которая является **решением одномерной задачи**

$$\hat{K}_z \Theta_{zn} = 0, \quad \Theta_{zn}|_t = 0, \quad \Theta_{zn}|_b = \mathbf{t}_n \delta(s - s^-); \quad s^- \in \Omega^-. \quad (72)$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 98 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

При анизотропном, но горизонтально-однородном источнике решение задачи (65)

$$\Phi_n(z, s) = [\hat{\mathcal{P}}_c(\mathbf{f})]_n \equiv f_n \mathbf{W}_n(z, s), \quad f_n = \text{const},$$

рассчитывается через **векторную функцию влияния**

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_n(z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_n(s^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{rn}(z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_{zn}(s^-; z, s) ds^-, \quad (73) \end{aligned}$$

которую называют также **векторной функцией пропускания**, отягощенной вкладом многократного рассеяния, и определяют как **решение одномерной векторной задачи**

$$\hat{K}_z \mathbf{W}_n = 0, \quad \mathbf{W}_n|_t = 0, \quad \mathbf{W}_n|_b = \mathbf{t}_n. \quad (74)$$

This is Slide No. 100.

## Векторный оптический передаточный оператор

Введем параметрический ряд регулярных возмущений

$$\Phi_R = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Phi_k,$$

члены которого удовлетворяют системе рекуррентных первых векторных краевых задач

$$k = 1: \hat{K}\Phi_1 = 0, \quad \Phi_1|_t = 0, \quad \Phi_1|_b = \mathbf{E}; \quad (75)$$

$$k \geq 2: \hat{K}\Phi_k = 0, \quad \Phi_k|_t = 0, \quad \Phi_k|_b = \hat{R}\Phi_{k-1}. \quad (76)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 100 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Введем **операцию**, описывающую **взаимодействие излучения с границей через тензор (67)**:

$$[\hat{G}\mathbf{f}](s^-; H, r_\perp, s) \equiv \hat{R}(\hat{\Pi}, \mathbf{f}) = \int_{\Omega^+} \hat{q}(r_\perp, s, s^+) (\hat{\Pi}, \mathbf{f}) ds^+.$$

Можно показать, что **решения задач (75)–(76)** представимы **через тензор (67)** в рекуррентной форме:

$$\Phi_1 = (\hat{\Pi}, \mathbf{E}); \quad \Phi_k = (\hat{\Pi}, \hat{R}\Phi_{k-1}) = (\hat{\Pi}, \hat{G}^{k-1}\mathbf{E})$$

и **асимптотически точное решение** задачи (63) выражается явно (полагаем  $\varepsilon = 1$ ):

$$\Phi_R = (\hat{\Pi}, \mathbf{Y}); \quad \mathbf{Y} \equiv \hat{Y}\mathbf{E} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{G}^k \mathbf{E} = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{R}\Phi_k \quad (77)$$

— сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки — "сценарий" оптического изображения или яркость подстилающей поверхности.



This is Slide No. 102.

Для "сценария"  $\mathbf{Y}(x)$ ,  $x = (r_{\perp}, s^{-}) \in X^{-}$ ,  $X^{-} = \Omega^{-} \times R^2$ ,  
получаем **оценку**

$$\|\mathbf{Y}\| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \|\hat{R}\Phi_k\| \leq \|\hat{R}\Phi_0\| \sum_{k=0}^{\infty} (q_*c_0)^k = \frac{\|\mathbf{E}\|}{1 - q_*c_0} \leq \frac{q_*\|\Phi_0\|}{1 - q_*c_0},$$

где  $c_0$  — сферическое альbedo Земли, т.е. **ряд Неймана (77)**  
**сходится как геометрическая прогрессия.**



This is Slide No. 103.

**Сходимость** оценивается в векторном пространстве линейных непрерывных функционалов посредством следующих норм и соотношений:

$$\|\Phi_k\| = \max_m \text{vrai} \sup_{z, r_\perp, s} |\Phi_{mk}| \leq q_*^{k-1} c_0^k \|\mathbf{E}\|,$$

$$\|\hat{R}\Phi_k\| \leq \|\hat{R}(\tilde{\mathbf{1}})\| \|\Phi_k\| \leq q_*^k c_0^k \|\mathbf{E}\|,$$

$$\|\hat{R}(\tilde{\mathbf{1}})\| \leq \max_m \text{vrai} \sup_{r_\perp, s^-} \sum_{n=1}^N \int_{\Omega^+} |q_{mn}(r_\perp, s^-, s^+)| ds^+ = q_* \leq 1,$$

$$\|\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})\| \leq \|\hat{\mathcal{P}}(\tilde{\mathbf{1}})\| \|\mathbf{f}\|, \quad \|\hat{\mathcal{P}}(\tilde{\mathbf{1}})\| \leq \max_m \text{vrai} \sup_{z, s} |W_{m1}| = c_0 < 1.$$

Можно показать, что "сценарий" удовлетворяет **уравнению Фредгольма II-рода**

$$\mathbf{Y} = \hat{R}(\hat{\Pi}, \mathbf{Y}) + \mathbf{E},$$

которое называют уравнением "приземной фотографии".

В соответствии с **новой математической моделью (77)**, вместо расчета ряда по кратности отражения в полном фазовом объеме решения задачи (63), достаточно рассчитать **конечный ряд Неймана** только для "сценария" на границе с  $z = H$  в фазовом объеме  $X^-$ , а **затем** искать угловые и пространственные распределения параметров Стокса — решения задачи (63) **с помощью функционала (77)**.

Функция влияния рассчитывается методом преобразования Фурье как обратное фурье-преобразование от пространственно-частотных характеристик или методом Монте-Карло.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 104 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



## Векторные пространственно-частотные характеристики

С помощью фурье-преобразования по координате  $r_{\perp}$ :

$$\mathbf{g}(p) \equiv \mathcal{F}[\mathbf{f}(r_{\perp})] = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(r_{\perp}) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp}, \quad (78)$$

где пространственная частота  $p = (p_x, p_y)$  принимает только действительные значения ( $-\infty < p_x, p_y < \infty$ ), **в классе обобщенных функций медленного роста исходная задача (64) приводится к краевой задаче для параметрического одномерного векторного комплексного уравнения переноса ( $\mathbf{V} \equiv \mathcal{F}[\Phi]$ ):**

$$\hat{L}(p)\mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{V}|_t = 0, \quad \mathbf{V}|_b = \mathbf{g}(s^H; p, s) \quad (79)$$

**с линейным оператором**

$$\hat{L}(p) \equiv \hat{D}_z - i(p, s_{\perp}) - \hat{S}; \quad (p, s_{\perp}) = p_x \sin \vartheta \cos \varphi + p_y \sin \vartheta \sin \varphi.$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 105 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 106.

**Решение** задачи (79) представляется **в виде суперпозиции**

$$\mathbf{B}(z, p, s) = \sum_{n=1}^N \mathbf{B}_n(z, p, s),$$

**компоненты** которой являются **решением набора задач**

$$\hat{L}(p)\mathbf{B}_n = 0, \quad \mathbf{B}_n|_t = 0, \quad \mathbf{B}_n|_b = \mathbf{t}_n g_n, \quad (80)$$

получающегося в результате **фурье-преобразования** (78) **набора задач** (65); при этом источник определяется через

$$g_n(s^H; p, s) \equiv \mathcal{F}[f_n(s^H; r_\perp, s)].$$



This is Slide No. 107.

**Решение задачи (80) для фиксированного  $n = 1, \dots, N$  находится в форме векторного линейного функционала**

$$\mathbf{B}_n(z, p, s) = (\Psi_n, g_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_n(s^-; z, p, s) g_n(s^H; p, s^-) ds^-,$$

**ядром** которого является **векторная пространственно-частотная характеристика**  $\Psi_n = \{\Psi_{mn}(s^-; z, p, s)\}$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,  $N \leq 4$ , с параметрами  $s^- \in \Omega^-$  и  $p$  — **решение векторной задачи для комплексного уравнения переноса**

$$\hat{L}(p)\Psi_n = 0, \quad \Psi_n|_t = 0, \quad \Psi_n|_b = \mathbf{t}_n g_\delta, \quad (81)$$

где

$$g_\delta(s^-; p, s) \equiv \mathcal{F}[f_\delta(s^-; r_\perp, s)] = \delta(s - s^-).$$



This is Slide No. 108.

Компоненты фурье-образа вектора Стокса  $\mathbf{V}_n = \{B_{mn}\}$  вычисляются с помощью линейного функционала аналогично скалярной задаче:

$$B_{mn}(z, p, s) = [\hat{\mathcal{T}}(\mathbf{g})]_{mn} \equiv (\Psi_{mn}, g_n) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_{mn}(s^-; z, p, s) g_n(s^H; p, s^-) ds^-. \quad (82)$$

Если ввести **тензор**, определенный  $N$  векторами  $\Psi_n$ :

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \dots & \Psi_{1n} & \dots & \Psi_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{m1} & \dots & \Psi_{mn} & \dots & \Psi_{mN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{M1} & \dots & \Psi_{Mn} & \dots & \Psi_{MN} \end{bmatrix}, \quad (83)$$

**решение** задачи (79) можно представить в виде **линейного векторного функционала**:

$$\mathbf{B} = \hat{\mathcal{T}}(\mathbf{g}) \equiv (\hat{\Gamma}, \mathbf{g}) = \{B_m\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad M \leq 4, \quad (84)$$

где **фурье-образы параметров Стокса**, определяемые через **скалярное произведение**

$$B_m = [\hat{\mathcal{T}}(\mathbf{g})]_m \equiv \sum_{n=1}^N (\Psi_{mn}, g_n),$$

являются **линейными комбинациями линейных скалярных функционалов** (82).

This is Slide No. 110.

Кроме модели  $\Psi_n$  (81) для случая горизонтально-неоднородного анизотропного источника в задаче (64), в набор базовых моделей входит векторная пространственно-частотная характеристика

$$\Psi_{rn}(z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Theta_{rn}(z, r_{\perp}, s)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_n(s^-; z, p, s) ds^-$$

— решение векторной краевой задачи для комплексного уравнения переноса

$$\hat{L}(p)\Psi_{rn} = 0, \quad \Psi_{rn}|_t = 0, \quad \Psi_{rn}|_b = \mathbf{t}_n,$$

когда источник в задаче (64) изотропный, но горизонтально-неоднородный. Если для фурье-образов имеют место соотношения

$$\mathbf{g} = \mathcal{F}(\mathbf{f}), \quad \mathbf{f} = \mathcal{F}^{-1}[\mathbf{g}], \quad \Psi_n = \mathcal{F}(\Theta_n), \quad \Theta_n = \mathcal{F}^{-1}[\Psi_n],$$

то для функционалов получим следующие связи :

$$\hat{T}(\mathbf{g}) = \mathcal{F}[\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})], \quad \hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f}) = \mathcal{F}^{-1}[\hat{T}(\mathbf{g})].$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 110 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## Фурье-представление векторного оптического передаточного оператора

В терминах фурье-образов (78) компоненты ряда

$$\mathbf{B}_R(z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Phi_R(z, r_\perp, s)] = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{B}_k(z, p, s) \quad (85)$$

— решения системы рекуррентных комплексных задач ( $\mathbf{B}_k \equiv \mathcal{F}[\Phi_k]$ ):

$$k = 1: \hat{L}(p)\mathbf{B}_1 = 0, \quad \mathbf{B}_1|_t = 0, \quad \mathbf{B}_1|_b = \mathbf{W}; \quad (86)$$

$$k \geq 2: \hat{L}(p)\mathbf{B}_k = 0, \quad \mathbf{B}_k|_t = 0, \quad \mathbf{B}_k|_b = \hat{T}\mathbf{B}_{k-1}, \quad (87)$$

которая получается из системы (75)–(76). При этом  $\mathbf{W}(H, p, s) \equiv \mathcal{F}[\mathbf{E}(H, r_\perp, s)]$ , а фурье-образ оператора отражения (61) определяется по формуле ( $\hat{v} \equiv \mathcal{F}[\hat{q}]$ )

$$[\hat{T}\mathbf{B}] \equiv \mathcal{F}[\hat{R}\Phi] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} \hat{v}(p-p', s, s^+) \mathbf{B}(H, p', s^+) ds^+.$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 111 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 112.

Введем **операцию**, описывающую **взаимодействие излучения с границей через тензор ПЧХ (83)**:

$$\begin{aligned} [\hat{Q}\mathbf{g}](s^-; H, p, s) &\equiv \mathcal{F}[\hat{G}\mathbf{f}] = \hat{T}(\hat{\Gamma}, \mathbf{g}) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} \hat{v}(p - p', s, s^+) (\hat{\Gamma}, \mathbf{g}) ds^+, \end{aligned}$$

и получим **решение задач (86)–(87) в форме векторных функционалов с рекуррентными соотношениями**:

$$\mathbf{B}_1 = (\hat{\Gamma}, \mathbf{W}); \quad \mathbf{B}_k = (\hat{\Gamma}, \hat{T}\mathbf{B}_{k-1}) = (\hat{\Gamma}, \hat{Q}^{k-1}\mathbf{W}).$$



Сумма ряда (85) — **фурье-образ асимптотически точного решения** задачи (63) в классе функций медленного роста  $\mathcal{S}'$  — определяется через **линейный векторный функционал**

$$\mathbf{B}_R = (\hat{\Gamma}, \mathbf{Z}), \quad (88)$$

**ядром** которого является **тензор ПЧХ**, а фурье-образ "сценария"

$$\mathbf{Z} \equiv \hat{Z}\mathbf{W} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{Q}^k \mathbf{W} = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{T} \mathbf{B}_k \quad (89)$$

— сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки (в терминах фурье-образов).

Поскольку преобразование Фурье (78) — линейная непрерывная операция, переводящая пространство  $\mathcal{S}'$  в  $\mathcal{S}'$ , оценки сходимости ряда возмущений (89), определяющего фурье-образ "сценария"  $\mathbf{Z} = \mathcal{F}[\mathbf{Y}]$ , аналогичны (77).

This is Slide No. 114.

В итоге исходная ОКЗ сведена к линейному функционалу — передаточному оператору и сформулирован линейно—системный подход к решению проблем дистанционного зондирования и учета вклада отражающей и излучающей земной поверхности.

При этом четко определено проявление нелинейных эффектов из-за многократного переотражения излучения от поверхности в формировании "сценария", которые описываются через линейные передаточные характеристики изолированного слоя атмосферы.

Отметим, что расчеты ФВ эффективно реализуются методом Монте-Карло.

Home Page

Title Page

Contents



Page 114 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

В целом решение исходной общей краевой задачи сводится к трем этапам.

Этап 1. Расчет вектора функций влияния с параметрической зависимостью для атмосферы как решение первых краевых задач. Для расчета функций влияния выбираются аналитические или численные методы, которые наиболее адекватно описывают радиационный режим в атмосфере.

Этап 2. Расчет вектора "сценария" на земной поверхности как суммы ряда Неймана с помощью матрично-векторной операции, ядром которой является вектор функций влияния атмосферы.

Этап 3. Расчет угловых и пространственных распределений излучения внутри системы или на её границах через векторный линейный функционал, содержащий вектор "сценариев" на границах и ядром которого является вектор функций влияния атмосферы.

Home Page

Title Page

Contents



Page 115 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Важно создание обеспечения теоретико–расчетных исследований решений прямых и обратных задач теории переноса излучения в системе "атмосфера – гетерогенная земная поверхность" (суша-океан) для оценки возможностей гиперспектральных и поляризационных систем мониторинга и оперативного анализа больших объемов космических изображений с целью обнаружения и распознавания состояния исследуемых объектов, а также выявления их динамических изменений путем анализа временных серий аэрокосмических изображений.

Корректность и эффективность решения таких задач может быть существенно улучшена с помощью априорной информации, полученной из расчетов яркости системы на основе численного моделирования оптического передаточного оператора и позволяющей выявить и установить закономерности формирования пространственного и углового распределения яркости атмосферы и освещенности земной поверхности в зависимости от условий визирования и "оптико-метеорологической погоды".

Home Page

Title Page

Contents



Page 116 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 117.

Исследования других авторов в направлении мониторинга природной среды из космоса касаются, главным образом, эмпирических подходов по сбору и систематизации данных разного пространственного разрешения и валидации разрабатываемых моделей на основе данных наземных наблюдений.

В наших подходах акцент делается на более широкое развитие научных исследований в области описания взаимодействия полей солнечного излучения с природными средами и развития методов математического моделирования и информационных технологий в аэрокосмическом мониторинге природной среды.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 117 of 118

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 118.

**БЛАГОДАРЮ  
ЗА ВНИМАНИЕ**

**THANK YOU  
FOR ATTENTION**

Home Page

Title Page

Contents



Page 118 of 118

Go Back

Full Screen

Close

Quit